

TEMA 1: Números reales

1 Realiza las operaciones indicadas.

a) $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[6]{a^5}$

b) $\sqrt[4]{\frac{2^3}{3^7}} \cdot \sqrt[6]{\frac{3^7 \cdot 2^5}{7}}$

2 Realiza las operaciones indicadas.

a) $\frac{\sqrt[4]{2^3 \cdot 3}}{\sqrt[3]{2 \cdot 3^2}}$

b) $\frac{\sqrt[3]{x^2 y^7} \cdot \sqrt{xy}}{\sqrt[6]{x^{11} y^8}}$

c) $\sqrt[4]{3^2 \cdot \sqrt[5]{3^4}}$

3 Realiza las siguientes operaciones.

a) $\sqrt{8} - 5\sqrt{2} + \sqrt{200}$

d) $\sqrt[3]{24} - \sqrt{2} - 6\sqrt[3]{3} + \sqrt{32}$

b) $2\sqrt[3]{5} - \sqrt[6]{25} + \sqrt[3]{\frac{5}{8}}$

e) $\sqrt{50} - \sqrt{\frac{18}{4}} + \sqrt{\frac{72}{25}}$

c) $\sqrt{5a^2} - \sqrt{80a^2} + \sqrt{20a^4}$

f) $10 \cdot \sqrt[3]{0,024} + 5 \cdot \sqrt[3]{0,003}$

4 Racionaliza las siguientes fracciones.

a) $\frac{3}{\sqrt{2}}$

c) $\frac{12}{\sqrt[7]{2^5}}$

e) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}$

b) $\frac{2}{5\sqrt{6}}$

d) $\frac{40}{\sqrt[4]{2^{17}}}$

f) $\frac{\sqrt[4]{2^9}}{\sqrt[6]{2^{11}}}$

5 Extrae de la raíz todos los factores posibles.

a) $\sqrt[5]{\frac{x^{12} y^{54}}{z^{100}}}$

b) $\frac{2^3}{3^4} \sqrt[6]{\frac{3^{20} \cdot 2^{10}}{5^6}}$

c) $\sqrt[3]{\frac{4^5 \cdot 6^4 \cdot 3}{18^2}}$

6 Realiza las operaciones indicadas.

a) $\sqrt[8]{2^5 \cdot 3^6} \cdot \sqrt[6]{2^9 \cdot 3^5}$

b) $\frac{\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^2}}$

c) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[2]{2^3}}}$

7 Calcula las siguientes operaciones.

a) $3\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$

b) $\frac{1}{2}\sqrt{20} - \sqrt{75} - 4\sqrt{45}$

8 Racionaliza las siguientes fracciones.

a) $\frac{3}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$

c) $\frac{2}{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

b) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

d) $\frac{5}{8 - 2\sqrt{2}}$

- 9** Utiliza la definición y las propiedades de los logaritmos para:
- Reducir a un solo logaritmo y calcular: $\log 40 + \log 25$
 - Calcular $\log 8$ sabiendo que $\log 2 \approx 0,301$.
- 10** Calcula los siguientes logaritmos.
- $\log 10\,000$
 - $\log_3 81$
 - $\log_2 256$
 - $\log_3 243$
- 11** Calcula los siguientes logaritmos.
- $\log_2 0,25$
 - $\log 0,001$
 - $\log_4 2$
 - $\log_9 27$
- 12** Calcula los siguientes logaritmos.
- $\log_2 0,125$
 - $\log_3 0,333\dots$
 - $\log_3 \frac{2}{54}$
 - $\log 0,000\,01$
 - $\log_{16} 2$
 - $\log_{64} 2$
 - $\log_{16} 64$
 - $\log_8 4$
 - $\log_4 \sqrt{2}$
- 13** Conociendo los valores aproximados de $\log 2 = 0,301$ y $\log 3 = 0,477$, calcula los siguientes usando las propiedades de los logaritmos.
- $\log 24$
 - $\log 5$
- 14** Calcula los siguientes logaritmos usando los datos del ejercicio resuelto anterior.
- $\log 36$
 - $\log 64$
 - $\log \frac{2}{3}$
 - $\log \frac{9}{24}$
 - $\log 20$
 - $\log 150$
 - $\log 75$
 - $\log 0,2$
 - $\log 0,8333\dots$
- 15** Sabiendo los valores de $\log a = 0,5$ y $\log b = 0,3$, calcula $\log \sqrt[3]{\frac{a^2 \cdot b}{10}}$.
- 16** Con los datos anteriores, calcula el logaritmo: $\log \frac{\sqrt{a}}{100b^3}$.
- 17** Calcula los siguientes logaritmos.
- $\log 100\,000$
 - $\log_5 625$
 - $\log_7 343$
- 18** Calcula los siguientes logaritmos.
- $\log_2 0,125$
 - $\log_4 \frac{3}{48}$
 - $\log_{81} 3$
 - $\log_{25} 5$
 - $\log_{1000} 10$
 - $\log_{1000} 100$

TEMA 2: Ecuaciones e inecuaciones

1 Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$1) \frac{4x^2 - 4x}{3} - x = x^2 - \frac{3x + 4}{3}$$

$$2) x^4 - 11x^2 + 28 = 0$$

$$3) x^2 + \frac{15}{4} = \frac{3x^2 - x + 3}{4}$$

$$4) x^4 - 21x^2 - 100 = 0$$

$$5) x(x+4) - 5 = \frac{x(x-1)}{3}$$

$$6) x^4 - 48x^2 - 49 = 0$$

2 7) $\sqrt{3x+16} = 2x-1$

8) $\sqrt{x+5} - x = 3$

9) $\frac{4x}{x+2} + \frac{x}{x-2} = \frac{14}{3}$

10) $\frac{3}{x} + \frac{2}{x+4} = \frac{11}{6}$

11) $\frac{2}{x-1} + \frac{x-2}{x+1} = \frac{5}{4}$

12) $x+4 = \sqrt{4x+12}$

13) $\frac{2x-1}{x} + \frac{4}{x-1} = \frac{11}{2}$

14) $x^4 + x^3 - 9x^2 - 9x = 0$

15) $x^3 - 2x^2 - 11x + 12 = 0$

16) $x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x = 0$

17) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$

18) $x^3 + 4x^2 - x - 4 = 0$

19) $2^{x-1} + 2^x + \frac{1}{2^x} = \frac{7}{2}$

20) $\log(x-3)^2 + \log 4 = \log x$

21) $x^4 - 37x^2 + 36 = 0$

22) $2\ln(x+1) - \ln(2x) = \ln 2$

23) $\sqrt{5x+4} = 2x+1$

24) $3^{2x} - 3^{x+1} + \frac{8}{9} = 0$

25) $\frac{5}{4x^2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6x^2}$

26) $\log(x+1) - \log(3x-2) = 1$

27) $3\sqrt{x-1} + 11 = 2x$

28) $2^{x-1} + 2^{x+1} - 3 \cdot 2^x + 4 = 0$

29) $\frac{x}{x+1} - \frac{16}{6} = \frac{x+1}{x}$

30) $\frac{3^{x^2-x+1}}{3^{x+1}} = \frac{1}{3}$

31) $2^{1-x} + 2^x - 3 = 0$

32) $1-x = \sqrt{7-3x}$

33) $2^{x+2} + 2^x - 5 = 0$

3 Resuelve:

a) $\frac{2x-1}{3} - 2 < x - \frac{x+1}{2}$

b) $\frac{x-1}{3} \geq 2 + \frac{3-x}{6}$

c) $\frac{x-4}{2} - \frac{x+1}{3} \leq \frac{1}{6}$

d) $x^2 + 3x \leq 0$

e) $\frac{2(x-3)}{3} - \frac{x+1}{3} > x-2$

f) $\frac{x+7}{3-x} \geq 0$

g) $2x+5 \leq x^2 - 2x - 16$

h) $\frac{x+2}{x^2} \leq 0$

i) $x^2 + 3x - 6 > 8 - 2x$

TEMA 3: SISTEMAS DE ECUACIONES E INECUACIONES

1 Halla las soluciones de estos sistemas:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } \left. \begin{array}{l} y = 3x + 1 \\ \sqrt{x + y + 4} = y - x \end{array} \right\} & \text{b) } \left. \begin{array}{l} \frac{3}{x} - \frac{x}{y} = 0 \\ 2x - y = 3 \end{array} \right\} & \text{c) } \left. \begin{array}{l} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 3 \\ x + y = 4 \end{array} \right\} & \text{d) } \left. \begin{array}{l} 2x + y = 6 \\ \sqrt{x - y} = -3 \end{array} \right\} \\
 \text{e) } \left. \begin{array}{l} \frac{1}{x + y} = \frac{2}{5} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{2} \end{array} \right\} & \text{f) } \left. \begin{array}{l} 2 \log x + \log y = 1 \\ \log x - 2 \log y = -2 \end{array} \right\} & \text{g) } \left. \begin{array}{l} 2^{x+y} = 32 \\ \ln x + \ln y = \ln 6 \end{array} \right\} & \text{h) } \left. \begin{array}{l} 2 \log x - \log y = 0 \\ 2^{y+2x} = 8 \end{array} \right\} \\
 \text{i) } \left. \begin{array}{l} y^2 - x = 2 \\ \log(x + y) = 1 \end{array} \right\} & \text{j) } \left. \begin{array}{l} 2^{x+1} + 2^y = 8 \\ \log y - \log x = \log 2 \end{array} \right\} & \text{k) } \left. \begin{array}{l} x - y = 9 \\ \log x - \log y = 1 \end{array} \right\} & \text{l) } \left. \begin{array}{l} y^2 - x^2 = -3 \\ xy = -2 \end{array} \right\} \\
 \text{m) } \left. \begin{array}{l} 3\sqrt{x+1} = y - 2 \\ 3x + y = -1 \end{array} \right\} & \text{n) } \left. \begin{array}{l} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ 2x - y = 1 \end{array} \right\} & \text{ñ) } \left. \begin{array}{l} x - 2y = 0 \\ 2^x + 2^y = 6 \end{array} \right\} & \text{o) } \left. \begin{array}{l} x - 2y = -1 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \end{array} \right\} \\
 \text{p) } \left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 13 \\ xy = 6 \end{array} \right\} & \text{q) } \left. \begin{array}{l} y = 5 - \sqrt{x} \\ x = y^2 - 2y + 1 \end{array} \right\} & &
 \end{array}$$

2 Obtén, mediante el método de Gauss, la solución de los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y + z = 7 \\ 2x - 2y - z = 8 \\ x + 5y + z = -2 \end{array} \right. & \text{b) } \left\{ \begin{array}{l} 3x + y - 2z = -6 \\ 2x - y + 3z = -8 \\ x + y - z = 4 \end{array} \right. & \text{c) } \left\{ \begin{array}{l} -2x - y + z = -4 \\ 3x + y - 2z = 6 \\ 2x + y + z = 6 \end{array} \right. \\
 \text{d) } \left\{ \begin{array}{l} 2x - y + 2z = 2 \\ x + 2y - z = 3 \\ 2x - y + 3z = 1 \end{array} \right. & \text{e) } \left\{ \begin{array}{l} x + 2y - 2z = 6 \\ x - 3y + z = -7 \\ 2x - y + z = -3 \end{array} \right. & \text{f) } \left\{ \begin{array}{l} x + y - z = 2 \\ 2x - 2y + 3z = 1 \\ x + 2y - z = 4 \end{array} \right. \\
 \text{g) } \left\{ \begin{array}{l} x - 2y + z = 6 \\ 3x + y - z = 7 \\ x - y + 2z = 6 \end{array} \right. & \text{h) } \left\{ \begin{array}{l} x - y + 2z = 7 \\ x + y - 3z = -5 \\ 2x - y + 2z = 9 \end{array} \right. & \text{i) } \left\{ \begin{array}{l} x + y + 2z = 6 \\ x - 3y - z = 1 \\ x - y - z = -1 \end{array} \right.
 \end{array}$$

3 Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } \left. \begin{array}{l} 4(x+1) - 2 \leq 0 \\ 2x + 4 \geq 6 \end{array} \right\} & \text{b) } \left. \begin{array}{l} 3x - 2 < 4 \\ 2x + 6 > x - 1 \end{array} \right\} & \text{c) } \left. \begin{array}{l} 1 - (2x - 1) < 0 \\ 3(x + 1) - 9 \leq 0 \end{array} \right\} & \text{d) } \left. \begin{array}{l} 3(x - 2) + 7 \leq 4 \\ 2(x - 1) < 4 \end{array} \right\}
 \end{array}$$

4 Resuelve

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } \left\{ \begin{array}{l} x^2 - 7x + 6 \leq 0 \\ 3x + 2 > 17 \end{array} \right. & \text{b) } \left\{ \begin{array}{l} x^2 - 7x + 6 \leq 0 \\ 2x + 5 < 7 \end{array} \right. & \text{c) } \left\{ \begin{array}{l} 2x^2 - 2 > 0 \\ 4x - 3 < 5 \end{array} \right. & \text{d) } \left\{ \begin{array}{l} 3x^2 + 2x - 1 \geq 0 \\ 3x - 1 > x + 1 \end{array} \right.
 \end{array}$$

TEMA 4: Trigonometría

Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

1

$$\cos x \operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$$

$$\cos 2x + \operatorname{sen} 2x = 1$$

$$\cos 2x - \operatorname{sen} 2x = 0$$

$$\operatorname{sen} 2x + \cos x = 1$$

$$\operatorname{sen} 2x + \operatorname{sen} 2x = 0$$

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{sen} x = 0$$

$$\operatorname{tg} x - \operatorname{sen} 2x = 0$$

$$\operatorname{sen} x (\operatorname{sen} x - 1) = 5 \cos^2 x - 4$$

$$2 \cos x - 1 = \sec x$$

$$2 \cos x + \operatorname{sen} x = 1$$

$$\operatorname{sen} x + \cos x = 0$$

2 Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

a) $\operatorname{sen}(x + 45^\circ) + \operatorname{sen}(x - 45^\circ) = 1$

c) $\cos x \operatorname{sen} 2x - \operatorname{sen} x = 0$

e) $4 \cos 2x = 1 - 3 \cos x$

b) $\operatorname{sen} 2x + \cos x = 0$

d) $\cos^3 x - 3 \cos x = 3 \cos x \operatorname{sen} x$

f) $\operatorname{sen} 2x + \cos 2x - 1 = \cos x - 2 \operatorname{sen}^2 x$

3 Resuelve los siguientes triángulos:

a) $a = 12$ cm; $b = 16$ cm; $c = 10$ cm

b) $b = 22$ cm; $a = 7$ cm; $\hat{C} = 40^\circ$

c) $a = 8$ m; $b = 6$ m; $c = 5$ m

d) $b = 4$ cm; $c = 3$ cm; $\hat{A} = 105^\circ$

e) $a = 4$ m; $\hat{B} = 45^\circ$ y $\hat{C} = 60^\circ$

f) $b = 5$ m; $\hat{A} = \hat{C} = 35^\circ$

4 Un barco B pide socorro y se reciben sus señales en dos estaciones de radio, A y C , que distan entre sí 50 km. Desde las estaciones se miden los siguientes ángulos: $BAC = 46^\circ$ y $BCA = 53^\circ$. ¿A qué distancia de cada estación se encuentra el barco?

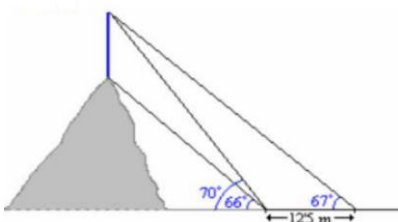
5 En un entrenamiento de fútbol se coloca el balón en un punto situado a 5 m y 8 m de cada uno de los postes de la portería, cuyo ancho es de 7 m. ¿Bajo qué ángulo se ve la portería desde ese punto?

6 En dos estaciones de radio, A y C , que distan entre sí 50 km, son recibidas señales que manda un barco, B . Si consideramos el triángulo de vértices A , B y C , el ángulo en A es de 65° y el ángulo en C es de 80° . ¿A qué distancia se encuentra el barco de cada una de las dos estaciones de radio?

7 Dos barcos salen de un puerto a la misma hora con rumbos distintos, formando un ángulo de 110° . Al cabo de 2 horas, el primer barco está a 34 km del punto inicial y el segundo barco, a 52 km de dicho punto. En ese mismo instante, ¿a qué distancia se encuentra un barco del otro?

8

Calcular la altura de un repetidor de TV ubicado en la cima de una montaña sabiendo que desde un punto alejado del pie de la montaña la base y el vértice del repetidor se ven bajo unos ángulos de 66° y 70° respectivamente. Si nos alejamos de esa posición en línea recta 12,5 m el vértice ahora lo vemos bajo un ángulo de 67° .



TEMA 5: Funciones

1 Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

$$a) y = \frac{1}{x^2 - 16}$$

$$b) y = \sqrt{1 + 2x}$$

$$c) y = \frac{x}{x^2 - 4}$$

$$d) y = \sqrt{2x}$$

$$e) y = \frac{1}{x^2 + 4}$$

$$f) y = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$$

$$g) y = \frac{1}{x^2 - 2x}$$

$$h) y = \sqrt{6+3x}$$

$$i) y = \frac{3}{(x-5)^2}$$

$$j) y = \sqrt{2x-4}$$

$$k) y = \frac{1}{x^2 - 9}$$

$$l) y = \sqrt{x-2}$$

$$m) y = \frac{2+x}{x^2}$$

$$n) y = \sqrt{3x-1}$$

$$ñ) y = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$$

$$o) y = \frac{1}{3x-x^2}$$

$$p) y = \sqrt{x^2-1}$$

$$q) y = \frac{2x}{(x-3)^2}$$

2 ¿Presentan algún tipo de simetría estas funciones?

$$a) y = 3x$$

$$b) y = 3x + 2$$

$$c) y = 5x^2 + 3$$

$$d) y = -3x^2 + 1$$

$$e) y = -2x^3 + 2$$

$$f) f(x) = x^3 - 4x$$

$$g) g(x) = 2 - x^4$$

$$h) h(x) = \frac{3}{x-1}$$

$$i) j(x) = 1 - x^3$$

3 Encontrar los puntos de corte de las siguientes funciones con los ejes OX y OY.

$$a) f(x) = 3x - x^3 \quad b) f(x) = x^4 - 2x^2 - 8 \quad c) f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$$

$$d) f(x) = \frac{x^4 + 1}{x^2} \quad e) f(x) = \frac{x^2}{2-x} \quad f) f(x) = \frac{x}{1+x^2}$$

$$g) f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 1}$$

4 Dadas las siguientes funciones : $f(x) = \frac{-3x+2}{4}$ y $g(x) = x^2 + 1$, halla :

$$a) (f \circ g)(x)$$

$$b) (g \circ g)(x)$$

5 Las funciones f y g están definidas por $f(x) = \frac{x^2}{3}$ y $g(x) = x + 1$. Calcula :

$$a) (f \circ g)(x)$$

$$b) (g \circ g \circ f)(x)$$

6 Halla la función inversa de:

$$a) f(x) = \frac{2x-1}{3}$$

$$b) f(x) = \frac{2-3x}{4}$$

$$c) f(x) = \frac{-x+3}{2}$$

$$d) f(x) = \frac{-2x-1}{5}$$

$$e) f(x) = \frac{-2+7x}{3}$$

TEMA 6: Límites y continuidad

1 Calcula los siguientes límites :

a) $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 3)$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x-2)^2}$

c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x}{x^2 - 1}$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4}$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{3} - 2x \right)$

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4 - 3x}{x^4 + 1}$

g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^4 - 3x}{x^4 + 1}$

h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{1+x^2}$

i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{1+x^2}$

j) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3-x)^3$

k) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{x+1}$

2 Halla los límites:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\sqrt{5x^2 - 2x - 3x} \right]$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 3x - 1}{\sqrt{x^6 - 2x}}$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 - 2\sqrt{x^4 + 1}}{\sqrt{2x^4 + 1}}$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x^2 - 1}{x + 2} - \frac{x^3}{x^2 + 1} \right]$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 2}{\sqrt{5x^2 - 3x + 1}}$

f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\sqrt{x^2 - 3x + 2x} \right]$

g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\sqrt{3x^2 - 1} - 2x \right]$

h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{2x^5 - 1}}{\sqrt{x^4 + 2}}$

i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{3x^2}{x+1} - \frac{x^3}{x^2 + 1} \right]$

j) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 3}{\sqrt{3x^2 + 1}}$

3 Calcula:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt[3]{\frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{3x^3 - 8x^2 + 7x - 2}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+4} - 2}{\sqrt{x+1} - 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + x - 2}{x^3 + x^2 - x - 1}$

d) $\lim_{x \rightarrow 3} \left[\frac{2x}{x^2 - 9} - \frac{x+1}{x-3} \right]$

e) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + x - 10}{x^3 - 3x^2 + 4}$

4 Calcula los límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x+4}{x^2 - x + 6} \right)^{\frac{3x}{x-1}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3x-2}{x^2 - 2x + 4} \right)^{\frac{x}{x-2}}$

c) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{2x^2 - x + 1}{4x + 4} \right)^{\frac{2x}{x-3}}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 - 3x + 1}{5x + 1} \right)^{\frac{3}{x}}$

e) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1} \right)^{\frac{1}{x-1}}$

5

Calcula estos límites:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2-3x}{-2x+1} \right)^{\frac{-x}{2}} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1+2x}{2x+5} \right)^{2x^2-1} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{5x-2}{4+5x} \right)^{\frac{2x}{3}} & \text{d) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4x-2}{3x+5} \right)^{x^2-1} \\ \text{e) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 + \frac{1}{x} \right)^{2x-3} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x^2}{2+3x^2} \right)^{\frac{x+1}{2}} & \text{g) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-2} \right)^{2x} & \text{h) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4x^2-7}{3x^2+9x} \right)^x \\ \text{i) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x-1}{3x+2} \right)^{x^2} & \text{j) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x-2}{3+2x} \right)^{x+1} & & \end{array}$$

6

Halla los límites:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\sqrt{x^2-3x} - \sqrt{x^2-1} \right] & \text{b) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^3-5x^2+3x+9} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-x}{x^2-2x+1} \\ \text{d) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x-2}{4+3x} \right)^{x+1} & \text{e) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{x^3+3x}}{\sqrt{x^2+2}} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3x}{x^2-4} - \frac{x+1}{x-2} \right) \\ \text{g) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x-6}{x^2-x-2} & \text{h) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\sqrt{x^2+x+x} \right] & \text{i) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x^2}{x+1} - \frac{3x^3}{x^2-1} \right) \\ & & \text{j) } \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x+3}{2x+2} \right)^{\frac{1}{x-1}} \end{array}$$

7

Halla el valor de k para que $f(x)$ sea continua en $x=1$: $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \leq 1 \\ k & \text{si } x > 1 \end{cases}$

8

Estudia la continuidad de las siguientes funciones y represéntalas gráficamente:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = \begin{cases} 2-x^2 & \text{si } x \leq 0 \\ 2x & \text{si } x > 0 \end{cases} & \text{b) } f(x) = \begin{cases} 2x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ x+1 & \text{si } x > 1 \end{cases} & \text{c) } f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2-1 & \text{si } x > -1 \end{cases} \\ \text{d) } f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 0 \\ 1-x^2 & \text{si } x > 0 \end{cases} & \text{e) } f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 2 \\ 2 & \text{si } x > 2 \end{cases} & \text{f) } f(x) = \begin{cases} x^2-3 & \text{si } x \leq 2 \\ 1 & \text{si } x > 2 \end{cases} \\ \text{g) } f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ 3x-1 & \text{si } x > 1 \end{cases} & \text{h) } f(x) = \begin{cases} 2-x^2 & \text{si } x \leq 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \end{cases} & \text{i) } f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{si } x \leq -2 \\ x^2 & \text{si } x > -2 \end{cases} \\ \text{j) } f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & \text{si } x \leq 0 \\ x+1 & \text{si } x > 0 \end{cases} & & \end{array}$$

9

Halla las asíntotas de las siguientes funciones y sitúa las curvas respecto a ellas:

$$\text{a) } f(x) = \frac{2x+1}{x^2-1} \quad \text{b) } f(x) = \frac{1}{x^2+2x+1}$$

10

Las siguientes funciones tienen una asíntota oblicua. Hállala y sitúa las curvas respecto a ellas:

$$\text{a) } f(x) = \frac{x^2+2x}{x+1} \quad \text{b) } f(x) = \frac{2x^3}{x^2-1}$$

11

Halla las asíntotas de las siguientes funciones y sitúa las curvas respecto a ellas:

$$\text{a) } f(x) = \frac{2x^2+1}{x^2-1} \quad \text{b) } f(x) = \frac{x^2-3x}{x^2}$$

TEMA 7: Derivadas

1

Halla la función derivada de:

a) $f(x) = 3x^4 - 2x + 5$

b) $f(x) = e^x$

c) $f(x) = 2x^3 - x^2 + 1$

d) $f(x) = \ln x$

e) $f(x) = 2x^5 + \frac{x}{3}$

f) $f(x) = \operatorname{sen} x$

g) $f(x) = x^3 - 3x^2 + \frac{1}{5}$

h) $f(x) = \cos x$

i) $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2$

j) $f(x) = \operatorname{tg} x$

k) $f(x) = \frac{x^2 + 2}{2x + 1}$

l) $f(x) = xe^x$

m) $f(x) = \frac{3x - 1}{x^2 - 2}$

n) $f(x) = x^2 \operatorname{sen} x$

ñ) $f(x) = \frac{1 - x^2}{x - 3}$

o) $f(x) = x \ln x$

p) $f(x) = \sqrt{x} + \frac{2}{x}$

q) $f(x) = \frac{3x + 1}{e^x}$

r) $f(x) = \frac{3x^2}{2x + 3}$

s) $f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \operatorname{sen} x$

2

Halla la función derivada de:

a) $f(x) = (3x^2 + x)^4$

b) $f(x) = \sqrt{4x^3 + 1}$

c) $f(x) = e^{4x^3 - 2x}$

d) $f(x) = \ln(3x^4 - 2x)$

e) $f(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{x+1}{2x-3}\right)$

f) $f(x) = 3x^4 - \frac{9x^2}{3}$

g) $f(x) = \frac{3x^2 - 2}{x^2 - 1}$

h) $f(x) = xe^x$

i) $f(x) = 8x^5 - 2x^3 + \frac{1}{3}$

j) $f(x) = (x^4 - 3x)e^x$

k) $f(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{x}{x^2 - 1}\right)$

l) $f(x) = \frac{3x^4}{2} - \frac{6x^3}{5}$

m) $f(x) = \frac{x^2 - 3}{2x^3 + 1}$

n) $f(x) = \ln(x^4 - 2x)$

ñ) $f(x) = \frac{-2x^4 + 3x^2}{5}$

o) $f(x) = \frac{3x - 4}{x^2 + 3x}$

p) $f(x) = \sqrt{2x^3 - 3}$

q) $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - \frac{3}{5}x^7$

r) $f(x) = e^x \cdot \operatorname{sen} x$

s) $f(x) = \cos\left(\frac{3x}{x^2 + 2}\right)$

t) $f(x) = 4x^5 - \frac{2x}{3}$

u) $f(x) = (x^2 - 3x)e^x$

v) $f(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{x-1}{x^2+1}\right)$

w) $f(x) = -x^7 + \frac{3}{4}x - 1$

x) $f(x) = \frac{4x^3 - 3}{x^2 - 1}$

y) $f(x) = e^{7x^4 - 3}$

z) $f(x) = 9x^2 - 3x^4 + \frac{1}{3}$

1) $f(x) = \frac{3x^3}{4 - x^2}$

2) $f(x) = \ln(x^5 + 3x)$

3) $f(x) = \frac{-3x^5 + 2x}{7}$

4) $f(x) = x^4 \cos x$

5) $f(x) = e^{\frac{x^2+1}{x-1}}$

6) $f(x) = \frac{4x^6}{3} - 2x + 5$

7) $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$

8) $f(x) = \sqrt{2x - 3x^4}$

3

Estudia el crecimiento y el decrecimiento de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$

b) $f(x) = 2x^3$

c) $f(x) = 3 + 12x - 3x^2$

d) $f(x) = (x + 2)^2$

e) $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{2}$

4

Estudia el crecimiento y el decrecimiento de la siguiente función: $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{4}$

5

Calcula máximos y mínimos de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^3 - x^2 - 8x + 12$

b) $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 1}$

c) $f(x) = \frac{9x}{x^2 + 9}$

d) $f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x$

TEMA 8: Geometría Analítica

1 Halla un vector v de módulo $\sqrt{5}$ y que forme con $u(2,-4)$ un ángulo de 60°

2 Dados los puntos $A(3,-2)$, $B(1,3)$, $C(-6,0)$, halla el punto D de modo que $ABCD$ sea un paralelogramo.

3 Dados los vectores $\vec{u}(-1,4)$, $\vec{v}(3,m)$ y $\vec{w}(2,-3)$

a) Calcula m para que \vec{u} y \vec{v} sean perpendiculares.

b) Halla el ángulo que forman \vec{u} y \vec{w}

4 Considera los vectores $\vec{x}(a,3)$ e $\vec{y}(-1,b)$. Halla los valores de a y b para que \vec{x} e \vec{y} sean perpendiculares y $|\vec{x}|=5$

5 Dados $\vec{x}(5,-4)$, $\vec{y}(3,2)$ y $\vec{z}(1,k)$

a) Halla el valor de k para que \vec{x} e \vec{z} formen un ángulo de 90° .

b) Halla un vector unitario con la misma dirección y el mismo sentido que \vec{x}

c) Halla un vector unitario con la misma dirección y sentido contrario que \vec{x}

d) Halla un vector de módulo 3 y perpendicular a \vec{x}

6 a) Halla el ángulo que forman los vectores $\vec{a}\left(\frac{3}{5},-\frac{4}{5}\right)$ y $\vec{b}(1,1)$

b) ¿Cuál sería el valor de x para que el vector $\vec{u}(1,x)$ fuera perpendicular al vector \vec{a} ?

7 Dados los puntos $A(2,-1)$, $B(-3,4)$ y $C(0,-8)$:

a) Halla el punto medio del segmento de extremos A y B .

b) Halla el simétrico de B con respecto a C .

8 Dados los vectores $\vec{u}=(2,1)$ y $\vec{v}=(m,1)$. Calcular m para que:

a) \vec{u} y \vec{v} sean paralelos

b) \vec{u} y \vec{v} sean perpendiculares

c) \vec{u} y \vec{v} formen un ángulo de 45°

d) \vec{u} y \vec{v} tengan el mismo módulo

9 a) Halla las ecuaciones paramétricas de la recta r que pasa por $P(3,2)$ y tiene la misma dirección que el vector $v(1,-2)$

b) Obtén tres puntos de r

c) Comprueba si los puntos $A(7,-6)$ y $B(-3,7)$ pertenecen a r .

10 Halla las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por $A(-1,3)$ y $B(5,-1)$

TEMA 9: Probabilidad

- 1 En una urna hay 15 bolas numeradas de 2 al 16. Extraemos una bola al azar y observamos el número que tiene.
 - a) Describe los sucesos escribiendo todos sus elementos:
 $A = \text{"Obtener par"}$ $B = \text{"Obtener impar"}$
 $C = \text{"Obtener primo"}$ $D = \text{"Obtener impar menor que 9"}$
 - b) ¿Qué relación hay entre A y B ? ¿Y entre C y D ?
 - c) ¿Cuál es el suceso $A \cup B$? ¿y $C \cap D$?
- 2 Sean A y B los sucesos tales que: $P[A] = 0,4$ $P[A' \cap B] = 0,4$ $P[A \cap B] = 0,1$
Calcula $P[A \cup B]$ y $P[B]$.
- 3 Sabiendo que: $P[A \cap B] = 0,2$ $P[B'] = 0,7$ $P[A \cap B'] = 0,5$
Calcula $P[A \cup B]$ y $P[A]$.
- 4 De dos sucesos A y B sabemos que: $P[A'] = 0,48$ $P[A \cup B] = 0,82$ $P[B] = 0,42$
 - a) ¿Son A y B independientes?
 - b) ¿Cuánto vale $P[A / B]$?
- 5 Si A y B son dos sucesos tales que: $P[A] = 0,4$ $P[B / A] = 0,25$ $P[B'] = 0,75$
 - a) ¿Son A y B independientes?
 - b) Calcula $P[A \cup B]$ y $P[A \cap B]$.
- 6 En unas oposiciones, el temario consta de 85 temas. Se eligen tres temas al azar de entre los 85.
Si un opositor sabe 35 de los 85 temas, ¿cuál es la probabilidad de que sepa al menos uno de los tres temas?
- 7 Tenemos dos bolsas, A y B . En la bolsa A hay 3 bolas blancas y 7 rojas. En la bolsa B hay 6 bolas blancas y 2 rojas. Sacamos una bola de A y la pasamos a B . Después extraemos una bola de B .
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída de B sea blanca?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas sean blancas?
- 8 El 1% de la población de un determinado lugar padece una enfermedad. Para detectar esta enfermedad se realiza una prueba de diagnóstico. Esta prueba da positiva en el 97% de los pacientes que padecen la enfermedad; en el 98% de los individuos que no la padecen da negativa. Si elegimos al azar un individuo de esa población:
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo dé positivo y padezca la enfermedad?
 - b) Si sabemos que ha dado positiva, ¿cuál es la probabilidad de que padezca la enfermedad?
- 9 Un estudiante realiza dos exámenes en un mismo día. La probabilidad de que apruebe el primero es 0,6. La probabilidad de que apruebe el segundo es 0,8; y la de que apruebe los dos es 0,5. Calcula:
 - a) La probabilidad de que apruebe al menos uno de los dos exámenes.
 - b) La probabilidad de que no apruebe ninguno.
 - c) La probabilidad de que apruebe el segundo examen en caso de haber aprobado el primero.
- 10 En una bolsa, A , hay 2 bolas negras y 3 rojas. En otra bolsa, B , hay 3 bolas negras, 4 rojas y 3 verdes. Extraemos una bola de A y la introducimos en la bolsa B . Posteriormente, sacamos una bola de B .
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda bola sea roja?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean rojas?

- 11** En un club deportivo, el 52% de los socios son hombres. Entre los socios, el 35% de los hombres practica la natación, así como el 60% de las mujeres. Si elegimos un socio al azar:
- ¿Cuál es la probabilidad de que practique la natación?
 - Sabiendo que practica la natación, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer?
- 12** En un pueblo hay 100 jóvenes; 40 de los chicos y 35 de las chicas juegan al tenis. El total de chicas en el pueblo es de 45. Si elegimos un joven de esa localidad al azar:
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea chico?
 - Si sabemos que juega al tenis, ¿cuál es la probabilidad de que sea chica?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que sea un chico que no juegue al tenis?
- 13** Se hace una encuesta en un grupo de 120 personas, preguntando si les gusta leer y ver la televisión. Los resultados son:
- A 32 personas les gusta leer y ver la tele.
 - A 92 personas les gusta leer.
 - A 47 personas les gusta ver la tele.
- Si elegimos al azar una de esas personas:
- ¿Cuál es la probabilidad de que no le guste ver la tele?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que le guste leer, sabiendo que le gusta ver la tele?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que le guste leer?
- 14** Tenemos dos urnas: la primera tiene 3 bolas rojas, 3 blancas y 4 negras; la segunda tiene 4 bolas rojas, 3 blancas y 1 negra. Elegimos una urna al azar y extraemos una bola.
- ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea blanca?
 - Sabiendo que la bola extraída fue blanca, ¿cuál es la probabilidad de que fuera de la primera urna?
- 15** Una bolsa, A , contiene 3 bolas rojas y 5 verdes. Otra bolsa, B , contiene 6 bolas rojas y 4 verdes. Lanzamos un dado: si sale un uno, extraemos una bola de la bolsa A ; y si no sale un uno, la extraemos de B .
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener una bola roja?
 - Sabiendo que salió roja, ¿cuál es la probabilidad de que fuera de A ?
- 16** De los 30 asistentes a una fiesta se sabe que 10 son rubios, 5 castaños y 15 morenos. El 90% de los rubios tienen los ojos azules, el 20% de los castaños también, y lo mismo ocurre con el 40% de los morenos. Si elegimos una persona de la fiesta al azar, calcula la probabilidad de que:
- Tenga los ojos azules.
 - Sea morena, si tiene los ojos azules.
- 17** Una urna, I , contiene 3 bolas blancas, 2 rojas y una negra. Otra urna, II , contiene 2 bolas blancas, 3 rojas y 3 negras. Lanzamos una moneda al aire; si sale cara, extraemos una bola de la urna I , y si sale cruz, sacamos una bola de la urna II .
- ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea roja?
 - Si sabemos que la bola extraída ha sido roja, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la urna I ?
- 18** En una academia hay 60 alumnos matriculados. La tercera parte de ellos van a clase de inglés y las otras dos terceras partes van a clase de informática. De los que van a inglés, un 40% también va a francés. De lo que van a informática, un 25% también va a francés. Si elegimos un alumno al azar:
- ¿Cuál es la probabilidad de que vaya a francés?
 - Sabiendo que va a francés, ¿cuál es la probabilidad de que vaya también a informática?