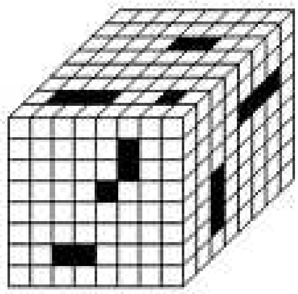
XXVII Olimpiada Matemática I.E.S. El Bohío

MEMORIAL FRANCISCO ORTEGA

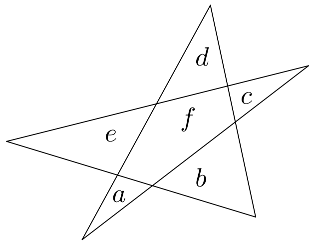
Cartagena, 12 de febrero de 2016



1.- En el siguiente cubo de lado 8 todos los cubitos son blancos o negros. Las filas (horizontales o verticales) que tienen sus extremos negros están formadas por cubitos que son todos negros. Todos los demás cubitos son blancos.

(a) ¿Cuántos cubitos hay de cada color?

(b) Se quita una capa de un cubito de grosor de cada una de las seis caras del cubo grande. Dibuje el nuevo cubo.



2.- En la figura a, b, c, d, e y f son las áreas de las regiones correspondientes. Si todos ellos son enteros positivos diferentes entre sí y menores que 10, cada triángulo formado por tres regiones tiene área par y el área de la estrella completa es 31. Encuentre el valor de f.

3.- Calcular la suma de las 100 fracciones que se obtienen formando todos los cocientes de cada par de números de la siguiente lista:

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256 y 512.

Nota: También deben tenerse en cuenta las fracciones en las que el numerador y el denominador son iguales.

4.- Calcular el producto de todos los enteros positivos que sean menores que 100 y tengan exactamente tres divisores positivos.

5.- En el triángulo ABC el ángulo C es recto y $CB > CA$. Tomamos un punto D en el lado BC de manera que el ángulo CAD es doble que el ángulo DAB. Si $AC/AD = 2/3$, entonces $CD/BD = m/n$, con m y n enteros positivos primos entre sí. ¿Cuánto es $m + n$?